

Tema 3: Diseño de experimentos

Grado en Fisioterapia, 2010/11

Jesús Montanero Fernández

Cátedra de Bioestadística
Universidad de Extremadura

15 de noviembre de 2010

Índice

- 1 Diseños con un factor
 - Comparación de dos medias
 - Comparación de más de dos medias
- 2 Diseños bifactoriales
 - Modelo aditivo
 - Modelo general

Diseño experimentos

¿En qué consiste?

Es la explicación de una variable numérica a partir de una o varias variables cualitativas (factores)

Niveles de complejidad

Diseños

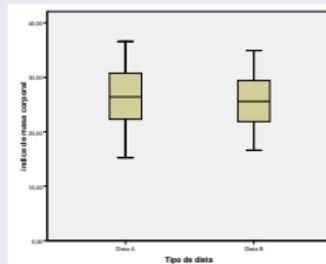
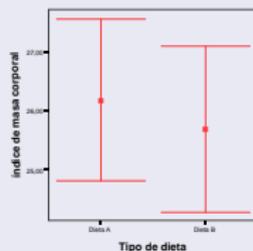
- Un factor
 - Dos medias (test de Student)
 - Muestras independientes
 - Muestras apareadas (un grupo y dos variables) [Tema 2]
 - Más de dos medias (anova 1 vía)
- Varios (dos) factores: anova 2 vías.

Un factor: dos medias

Student

- Ejemplo (Dieta): comparación medias ICM entre dieta A y dieta B.
- Resolución: test de Student alternativas de Welch y Mann-Whitney).
- Esquema E1-Inferencia

IMC-Dieta



Prueba de muestras independientes

	Prueba T para la igualdad de medias			
	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
			Inferior	Superior
Se han asumido varianzas iguales	,617	,49801	-1,46991	2,46593
No se han asumido varianzas iguales	,615	,49801	-1,46010	2,45613

Mann-Whitney P=0.587

Tipo de dieta	N	Rango promedio
Dieta A	54	51,95
Dieta B	46	48,79
Total	100	

Comparación de dos medias muestras apareadas

Ejemplo (Dieta)

- Se estudia la evolución de la presión sistólica media antes-después del tratamiento.
- Advertencia: realmente no existe un factor sino dos variables numéricas. **Podría haberse estudiado en el tema 2.**
- Se contrasta si la media de la diferencia es nula, por lo que se resuelve mediante la versión más simple del test de Student (alternativa de Wilcoxon)
- Esquema E1-Inferencia



Evolución presión sistólica (sólo medicados)

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación tjp.
Par 1	presión sistólica inicial	153,72	67	15,458
	presión sistólica final	146.13	67	16,497

Student diferencia

	Diferencias relacionadas			Sig. (bilateral)
	Media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		
		Inferior	Superior	
presión sistólica inicial - presión sistólica final	7,582	5,918	9,246	,000

Wilcoxon P<0.001

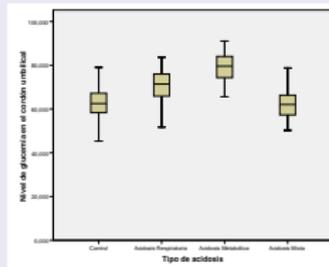
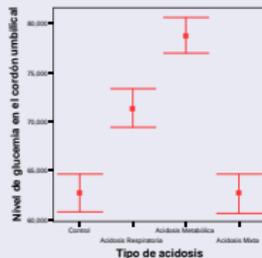
		N	Rango promedio
presión sistólica final - presión sistólica inicial	Rangos negativos	55	31,53
	Rangos positivos	4	9,00
	Empates	8	
	Total	67	

Un factor: más de dos grupos

Anova 1 vía

- Ejemplo (Acidosis): Tipo acidosis - Glucemia
- Resolución: Anova 1 vía (alternativas Brown-Forsythe y Kruskal-Wallis)
- Esquema E2-Inferencia

Acidosis-Glucemia



ANOVA

Nivel de glucemia en el cordón umbilical

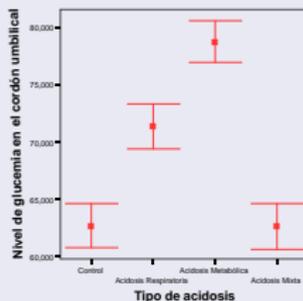
	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	9124,624	3	3041,541	65,217	,000
Intra-grupos	9140,844	196	46,637		
Total	18265,468	199			

Kruskal-Wallis: P<0.001

		N	Rango promedio
Nivel de glucemia en el cordón umbilical	Tipo de acidosis Control	50	62,76
	Acidosis Respiratoria	50	117,90
	Acidosis Metabólica	50	159,96
	Acidosis Mixta	50	61,38
	Total	200	

Acidosis-Glucemia

Resultado significativo: comparaciones múltiples



Nivel de glucemia en el cordón umbilical

HSD de Tukey^a

Tipo de acidosis	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
Acidosis Mixta	50	62,61069		
Control	50	62,67940		
Acidosis Respiratoria	50		71,38224	
Acidosis Metabólica	50			78,80371

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 50,000.

Diseños con dos factores

Ejemplo: Rotura fibrilar

- Variable respuesta Y : tiempo de recuperación tras una rotura fibrilar
- Factores (3×2):
 - Factor A: Aplicación cinesiterpia (3 niveles)
 - Reposo
 - Una sesión
 - Sesión doble
 - Factor B: MEG (2 niveles):
 - No
 - Sí
- Se considera una muestra de tamaño 10 para cada combinación ($n = 60$).

Diseño

 3×2 F_B

		F_B	
		MEG no	MEG sí
F_A	Reposo	Muestra (1,1)	Muestra (1,2)
	Cinesiterapia 1 sesión	Muestra (2,1)	Muestra (2,2)
	Cinesiterapia 2 sesiones	Muestra (3,1)	Muestra (3,2)

Observación

Es conveniente que las distintas combinaciones entre los niveles de los tratamientos se lleven a la práctica con muestras grandes y del mismo tamaño.

Medias

 3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	μ_{11}	μ_{12}
Cinesiterapia 1 sesión	μ_{21}	μ_{22}
Cinesiterapia 2 sesiones	μ_{31}	μ_{32}

Modelo aditivo

Suponemos que los efectos de ambos factores se suman entre sí sin interactuar positiva o negativamente.

$$\mu_{ij} = \theta + \alpha_i + \beta_j$$

$$\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = 0$$

3 × 2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1$	$\theta + \alpha_3 + \beta_2$

Significado de los parámetros

Factor A: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

α_i indica lo que aumenta la media de la respuesta por el hecho de pertenecer al nivel i del factor A.

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$

Factor A

Interpretación signo (tener en cuenta $\sum_i \alpha_i = 0$)

- $\alpha_i > 0$: incremento de la media
- $\alpha_i < 0$: decremento de la media
- $\alpha_i = 0$: neutro

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1$	$\theta + \alpha_3 + \beta_2$

Factor A

Interpretación $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

El Factor A no influye en la respuesta (media)

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \beta_1$	$\theta + \beta_2$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \beta_1$	$\theta + \beta_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \beta_1$	$\theta + \beta_2$

Idem Factor B

Interpretación $\beta_1 = \beta_2 = 0$

El Factor B no influye en la respuesta (media)

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1$	$\theta + \alpha_1$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \alpha_2$	$\theta + \alpha_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \alpha_3$	$\theta + \alpha_3$

Conjuntamente

Interpretación $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = 0$

Ningún factor influye en la respuesta (media)

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	θ	θ
Cinesiterapia 1 sesión	θ	θ
Cinesiterapia 2 sesiones	θ	θ

Contrastes de interés

Esquema E3-Inferencia

- $H_0 : F_A$ no influye
 - H_0
 - H_1 : Influye F_A ¿En qué sentido? Comparaciones múltiples
- $H_0 : F_B$ no influye
 - H_0
 - H_1 : Influye F_B ¿En qué sentido? Comparaciones múltiples

Modelo general

¿En qué consiste?

Admitimos que se puedan dar interacciones $(\alpha\beta)_{ij}$ entre los factores que rompan la aditividad.

$$\mu_{ij} = \theta + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$$

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{11}$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{12}$
1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{21}$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{22}$
2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{31}$	$\theta + \alpha_3 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{32}$

Interacciones

Interpretación signo (puede ser la opuesta)

- $(\alpha\beta)_{ij} > 0$: entre los niveles i de F_A y j de F_B hay sinergia (la respuesta media excede la suma de los efectos particulares de ambos).
- $(\alpha\beta)_{ij} < 0$: situación contraria.
- $(\alpha\beta)_{ij} = 0$: la respuesta media es la suma de los efectos particulares de ambos.

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{11}$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{12}$
1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{21}$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{22}$
2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1 + (\alpha\beta)_{31}$	$\theta + \alpha_3 + \beta_2 + (\alpha\beta)_{32}$

Interacciones

Interpretación $(\alpha\beta)_{11} = \dots = (\alpha\beta)_{32} = 0$

No existen interacciones. El modelo es aditivo.

3×2

	MEG no	MEG sí
Reposo	$\theta + \alpha_1 + \beta_1$	$\theta + \alpha_1 + \beta_2$
Cinesiterapia 1 sesión	$\theta + \alpha_2 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$
Cinesiterapia 2 sesiones	$\theta + \alpha_3 + \beta_1$	$\theta + \alpha_2 + \beta_2$

Contrastes de interés

Esquema E3-Inferencia

- $H_0 : F_A$ y F_B no influyen (todos los parámetros $\alpha_i, \beta_j, (\alpha\beta)_{ij}$ nulos).
 - $H_0 :$
 - $H_1 :$ Existe algún tipo de influencia. Contrastar interacción.
- $H_0 :$ No hay interacción
 - $H_0 :$ Modelo aditivo. Contrastes para los factores A y B.
 - $H_1 :$ Interacción. Tanto F_A como F_B influyen y se dan sinergias que debemos detectar (gráficos perfiles).

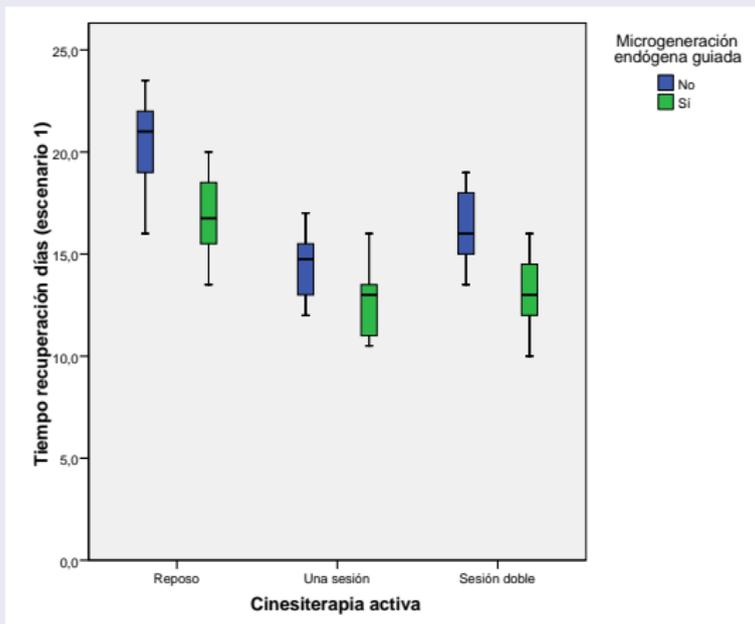
Coeficientes de correlación de interés

Similar al estudio de regresión

- Múltiple R^2 : proporción de variabilidad de Y explicada entre ambos factores.
- Eta parcial al cuadrado η^2 : proporción de variabilidad de Y explicada parcialmente por el Factor A , el Factor B o la interacción entre ambos. Se denominan también tamaños de los efectos.

Rotura fibrilar (escenario 1)

Gráfico



Rotura fibrilar (escenario 1)

Descriptiva

Estadísticos descriptivos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 1)

Cinesiterapia activa	Microgeneración	Media	Desv. típ.	N
Reposo	No	20,450	2,2540	10
	Sí	16,800	1,9607	10
	Total	18,625	2,7809	20
Una sesión	No	14,600	1,6633	10
	Sí	12,600	1,8074	10
	Total	13,600	1,9775	20
Sesión doble	No	16,150	1,8716	10
	Sí	12,950	1,9358	10
	Total	14,550	2,4757	20
Total	No	17,067	3,1397	30
	Sí	14,117	2,6674	30
	Total	15,592	3,2488	60

Rotura fibrilar (escenario 1)

ANOVA

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 1)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	F	Significación
Modelo corregido ¿Influyen los factores? R cuadrado	422,871 ^a	22,849	P<0.001
Cinesiterapia	285,058	38,507	,000
MEG	130,538	35,267	,000
Cinesiterapia * MEG ¿Hay interacción?	7,275	,983	P=0.381
Error	199,875		
Total	15208,750		
Total corregida	622,746		

a. R cuadrado = ,679 (R cuadrado corregida = ,649)

Existe influencia significativa ($R^2 = 0,679$). No hay interacción significativa, por lo que podemos suponer que el modelo es aditivo.

Rotura fibrilar (escenario 1)

Suponemos aditividad

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 1)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	F	Significación
Modelo corregido	422,871 ^a	22,849	,000
¿Influye cinesiterapia?	285,058	38,507	P<0.001
¿Influye MEG?	130,538	35,267	P<0.001
Cinesiterapia * MEG	7,275	,983	,381
Error	199,875		
Total	15208,750		
Total corregida	622,746		

a. R cuadrado = ,679 (R cuadrado corregida = ,649)

Ambos factores influyen de manera significativa. ¿En qué sentido? Comparaciones múltiples y descriptiva.

Rotura fibrilar (escenario 1)

Comparaciones múltiples

Tiempo recuperación días (escenario 1)

DHS de Tukey^{a,b}

Cinesiterapia activa	N	Subconjunto	
		1	2
Una sesión	20	13,600	
Sesión doble	20	14,550	
Reposo	20		18,625
Significación		,271	1,000

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 20,000

b. Alfa = ,05.

Estadísticos descriptivos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 1)

Cinesiterapia activa	Microgeneración	Media	Desv. tip.	N
Reposo	No	20,450	2,2540	10
	Sí	16,800	1,9607	10
	Total	18,625	2,7809	20
Una sesión	No	14,600	1,6633	10
	Sí	12,600	1,8074	10
	Total	13,600	1,9775	20
Sesión doble	No	16,150	1,8716	10
	Sí	12,950	1,9358	10
	Total	14,550	2,4757	20
Total	No	17,067	3,1397	30
	Sí	14,117	2,6674	30
	Total	15,592	3,2488	60

Conclusión

Ambos factores no interaccionan. La cinesiterapia es efectiva aunque dos sesiones no mejora. MEG es efectivo.

Rotura fibrilar (escenario 1)

Otros coeficientes: etas cuadrados parciales

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 1)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	Significación	Eta al cuadrado parcial
Modelo corregido	422,871 ^a	,000	,679
Cinesiterapia	285,058	,000	,588
MEG	130,538	,000	,395
Cinesiterapia * MEG	7,275	,381	,035
Error	199,875		
Total	15208,750		
Total corregida	622,746		

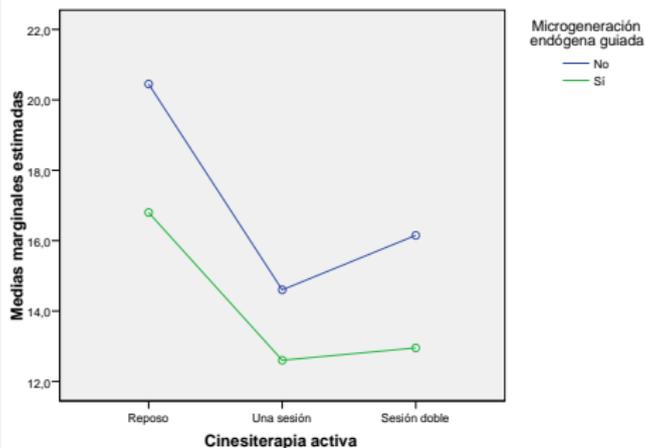
a. R cuadrado = ,679 (R cuadrado corregida = ,649)

La cinesiterapia pudiera tener mayor influencia en el descenso del tiempo medio de recuperación.

Rotura fibrilar (escenario 1)

Gráficos de perfiles

Medias marginales estimadas de Tiempo recuperación días (escenario 1)



Interpretación

Paralelismo=aditividad

Ejemplo interacción

Rotula fibrilar 4

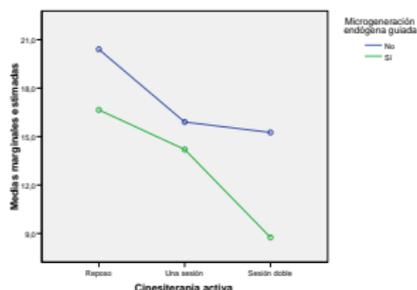
Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Tiempo recuperación días (escenario 4)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	F	Sig.	Eta al cuadrado parcial
Modelo corregido	722,371 ^a	54,112	,000	,834
Cinesiterapia	426,358	79,845	,000	,747
MEG	238,004	89,143	,000	,623
Cinesiterapia * MEG	58,008	10,863	,000	,287
Error	144,175			
Total	14713,750			
Total corregida	866,546			

a. R cuadrado = ,834 (R cuadrado corregida = ,818)

Medias marginales estimadas de Tiempo recuperación días (escenario 4)



Existe influencia de los factores con interacción. Según los η^2 , la cinesiterapia tiene mayor efecto (aislado) que EMG en la reducción del tiempo de recuperación. Según el gráfico de perfiles, EMG se potencia con una sesión doble de cinesiterapia o viceversa.